PART4　和事象の確率，余事象の確率

例題

2 個のさいころを同時に投げるとき，次の確率を求めよ。

(1)　目の和が 6 であるか，目の積が 5 以下である確率

(2)　目の積が偶数である確率

Point Pickup

練習

1から8までの数が書かれたカードが，各数字3枚ずつ，合計24枚ある。この中から2枚同時に取り出すとき，次の確率を求めよ。

(1)　2枚が異なる数字である確率

(2)　2枚が同じ数字であるか，2枚の数字の和が5以下

第 4 講　PART4　確認問題

1　2 個のさいころを同時に投げるとき，目の和が 4 以上である確率は $\dfrac{\boxed{アイ}}{\boxed{ウエ}}$ である。

2　1 から 5 までの数が書かれたカードが，各数字 4 枚ずつ，合計 20 枚ある。この中から 2 枚同時に取り出すとき，2 枚が同じ数字であるか，2 枚の数字の積が 6 以下である確率は $\dfrac{\boxed{オカ}}{\boxed{キク}}$ である。

PART4　和事象の確率，余事象の確率

例題

2個のさいころを同時に投げるとき，次の確率を求めよ。

(1)　目の和が6であるか，目の積が5以下である確率

(2)　目の積が偶数である確率

(1)　目の和が6である事象を A，目の積が5以下である事象を B とする。

目の和が6となるのは

(1，5)，(2，4)，(3，3)，(4，2)，(5，1)

の5通りであるから　$P(A)=\dfrac{5}{6^2}=\dfrac{5}{36}$

目の積が5以下となるのは

(1，1)，(1，2)，(1，3)，(1，4)，(1，5)，(2，1)，(2，2)，(3，1)，(4，1)，(5，1)

の10通りであるから $P(B)=\dfrac{10}{6^2}=\dfrac{10}{36}$

目の和が6，かつ目の積が5以下であるのは (1，5)，(5，1) の2通りであるから

$$P(A\cap B)=\frac{2}{6^2}=\frac{2}{36}$$

よって，求める確率は

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{5}{36}+\frac{10}{36}-\frac{2}{36}=\frac{13}{36}$$

(2)　「目の積が偶数である」事象は，「目の積が奇数である」事象 C の余事象 $\overline{C}$ である。

目の積が奇数となるのは，2つのさいころの目がともに奇数のときである。

よって，$P(C)=\dfrac{3^2}{6^2}=\dfrac{1}{4}$

ゆえに，求める確率は $P(\overline{C})=1-P(C)=1-\dfrac{1}{4}=\dfrac{3}{4}$

練習

1 から 8 までの数が書かれたカードが，各数字 3 枚ずつ，合計 24 枚ある。この中から 2 枚同時に取り出すとき，次の確率を求めよ。

(1)　2 枚が異なる数字である確率

(2)　2 枚が同じ数字であるか，2 枚の数字の和が 5 以下

(1)　(解法 1)

2 枚が異なる数字であるとき，その 2 つの数字の選び方が ${}_8C_2$ 通り。

選んだ 2 つの数字が書かれたカードの選び方が ${}_3C_1 \times {}_3C_1$ 通り。

よって，求める確率は　$\dfrac{{}_8C_2 \times {}_3C_1 \times {}_3C_1}{{}_{24}C_2} = \dfrac{21}{23}$

(解法 2)

「2 枚が異なる数字である」事象は，「2 枚が同じ数字である」事象の余事象である。

2 枚が同じ数字である確率は $\dfrac{8 \times {}_3C_2}{{}_{24}C_2} = \dfrac{2}{23}$

よって，求める確率は $1 - \dfrac{2}{23} = \dfrac{21}{23}$

(2)　2 枚が同じ数字である事象を A，2 枚の数字の和が 5 以下である事象を B とする。

(1)より　$P(A) = 1 - \dfrac{21}{23} = \dfrac{2}{23}$

2 枚の数字の和が 5 以下となる数字の組合せは以下の通り。

(1，1)，(1，2)，(1，3)，(1，4)，(2，2)，(2，3)

(1，1)，(2，2) のときのカードの選び方がそれぞれ ${}_3C_2$ 通り

(1，2)，(1，3)，(1，4)，(2，3) のときのカードの選び方がそれぞれ ${}_3C_1 \times {}_3C_1$ 通り。

よって　$P(B) = \dfrac{2 \times {}_3C_2 + 4 \times {}_3C_1 \times {}_3C_1}{{}_{24}C_2} = \dfrac{7}{46}$

2 枚が同じ数字，かつ 2 枚の数字の和が 5 以下である数字の組合せは

(1，1)，(2，2)

の 2 通りであるから　$P(A \cap B) = \dfrac{2 \times {}_3C_2}{{}_{24}C_2} = \dfrac{1}{46}$

ゆえに，求める確率は

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{2}{23} + \frac{7}{46} - \frac{1}{46} = \frac{10}{46} = \frac{5}{23}$$

第 4 講　PART4　確認問題 解答

1

[正解] アイ：11，ウエ：12

[解説]

「目の和が 4 以上である」事象は，「目の和が 3 以下である」事象 A の余事象 $\overline{A}$ である。

目の和が 3 以下になるのは

(1，1)，(1，2)，(2，1)

の 3 通りであるから

$$P(A)=\frac{3}{6^2}=\frac{1}{12}$$

よって，求める確率は

$$P(\overline{A})=1-P(A)=1-\frac{1}{12}=\mathbf{\frac{11}{12}}$$ [A]

[A]　余事象の確率
$P(\overline{A})=1-P(A)$

2 **[正解]** **オカ**：11，**キク**：19

[解説]

2 枚が同じ数字である事象を A,

2 枚の数字の積が 6 以下である事象を B とする。

$$P(A)=\frac{5\times{}_4C_2}{{}_{20}C_2}=\frac{30}{190}$$

2 枚の数字の積が 6 以下となる数字の組合せは以下の通り。

(1，1)，(1，2)，(1，3)，(1，4)，(1，5)，

(2，2)，(2，3)

(1，1)，(2，2) のときのカードの選び方がそれぞれ ${}_4C_2$ 通り。

それ以外のときのカードの選び方がそれぞれ ${}_4C_1\times{}_4C_1$ 通り。

よって，

$$P(B)=\frac{2\times{}_4C_2+5\times{}_4C_1\times{}_4C_1}{{}_{20}C_2}=\frac{12+80}{190}$$

$$=\frac{92}{190}$$

2 枚が同じ数字，かつ 2 枚の数字の積が 6 以下である数字の組合せは

(1，1)，(2，2)

の 2 通りであるから $P(A\cap B)=\frac{2\times{}_4C_2}{{}_{20}C_2}=\frac{12}{190}$

ゆえに，求める確率は

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$ [B]

$$=\frac{30}{190}+\frac{92}{190}-\frac{12}{190}$$

$$=\frac{110}{190}$$

$$=\mathbf{\frac{11}{19}}$$

[B]　事象 A，B について，A と B の和事象，すなわち「A または B」が起こる確率 $P(A\cup B)$ は，
事象 A，B が互いに排反であるとき，
$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$
事象 A，B が互いに排反でないとき
$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$
ここでは，事象 A と B が同時に起こりえるかに注目する。